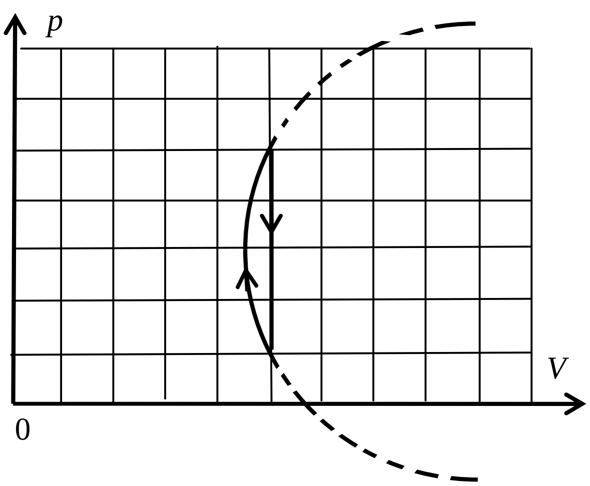
Lucrarea B

Problema 1. Transformare ciclică cu „arc de cerc”

Transformarea ciclică, pentru *v* moli de gaz perfect monoatomic, reprezentată în diagrama $(p;V)$ din figura alăturată, este formată dintr-o transformare izocoră şi o transformare reprezentată printr-un arc de cerc. Pentru valorile maxime $(V_0$ şi $p_0)$ şi respectiv minime $(V_{min}$ şi $p_{min})$ ale volumului şi ale presiunii gazului din timpul transformării ciclice se cunosc rapoartele: $\frac{V_{min}}{V_0} = 0{,}9$; $\frac{p_0}{p_{min}} = 5$.



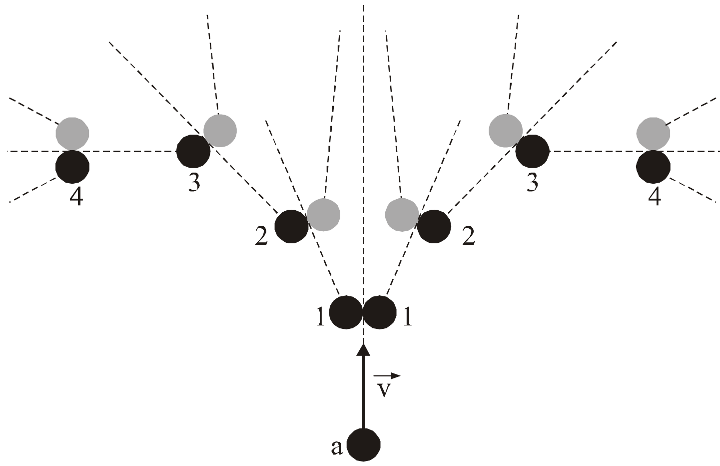
Cerinţă

Să se determine randamentul unui motor termic care ar funcţiona după acest ciclu. Laturile celulelor pătrate din diagramă au semnificaţii fizice diferite, dar, la scările utilizate, au lungimi egale. Se ştie că, dacă $\sin\sim = 0{,}47$, atunci $\sim = 0{,}49$ radiani.

Lucrarea B

Problema 2. Discuri pe o masă cu pernă de aer

Pe suprafaţa unei mese cu pernă de aer se află, în repaus, o mulţime de discuri circulare identice, fiecare cu masa *m*, grupate câte două (un disc negru şi un disc gri) şi aşezate aşa cum indică figura alăturată. Discul negru *a*, deplasându-se cu viteza $\vec{v}$, ciocneşte perfect elastic şi simetric grupul discurilor negre 1. Fiecare disc negru 1 ciocneşte perfect elastic şi simetric cele două discuri din fiecare grup 2. Apoi, discul negru din grupul 2 ciocneşte perfect elastic grupul discurilor 3 ş.a.m.d.



Cerinţe

a) *Să se determine* modulele şi orientările vitezelor discurilor negre *a* şi 1 după ciocnirea perfect elastică a acestora.

b) *Să se determine* modulele şi orientările vitezelor discurilor negre din fiecare grup 2, 3 şi respectiv 4, după ciocnirea perfect elastică cu discul negru din grupurile 1, 2 şi respectiv 3.

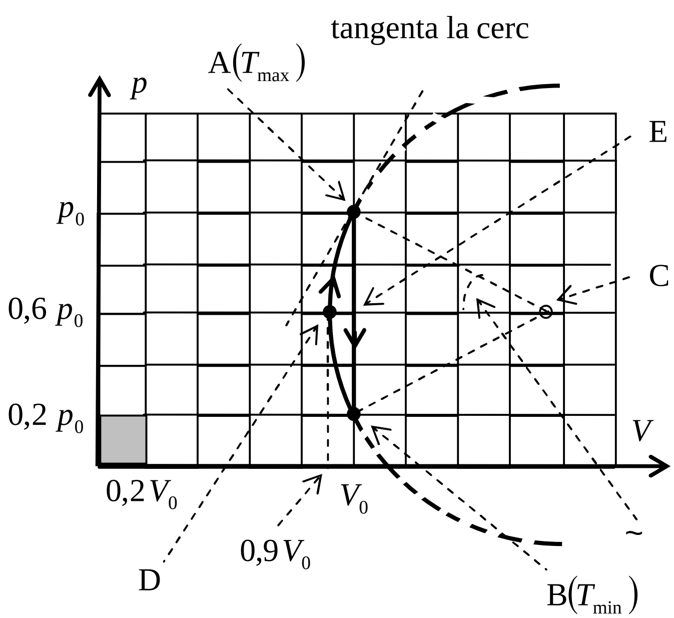
c) *Să se identifice* grupurile de discuri ale căror discuri negre se deplasează, după ciocnirea cu discul negru al grupului anterior, pe direcţii paralele cu direcţia deplasării discului negru *a*.

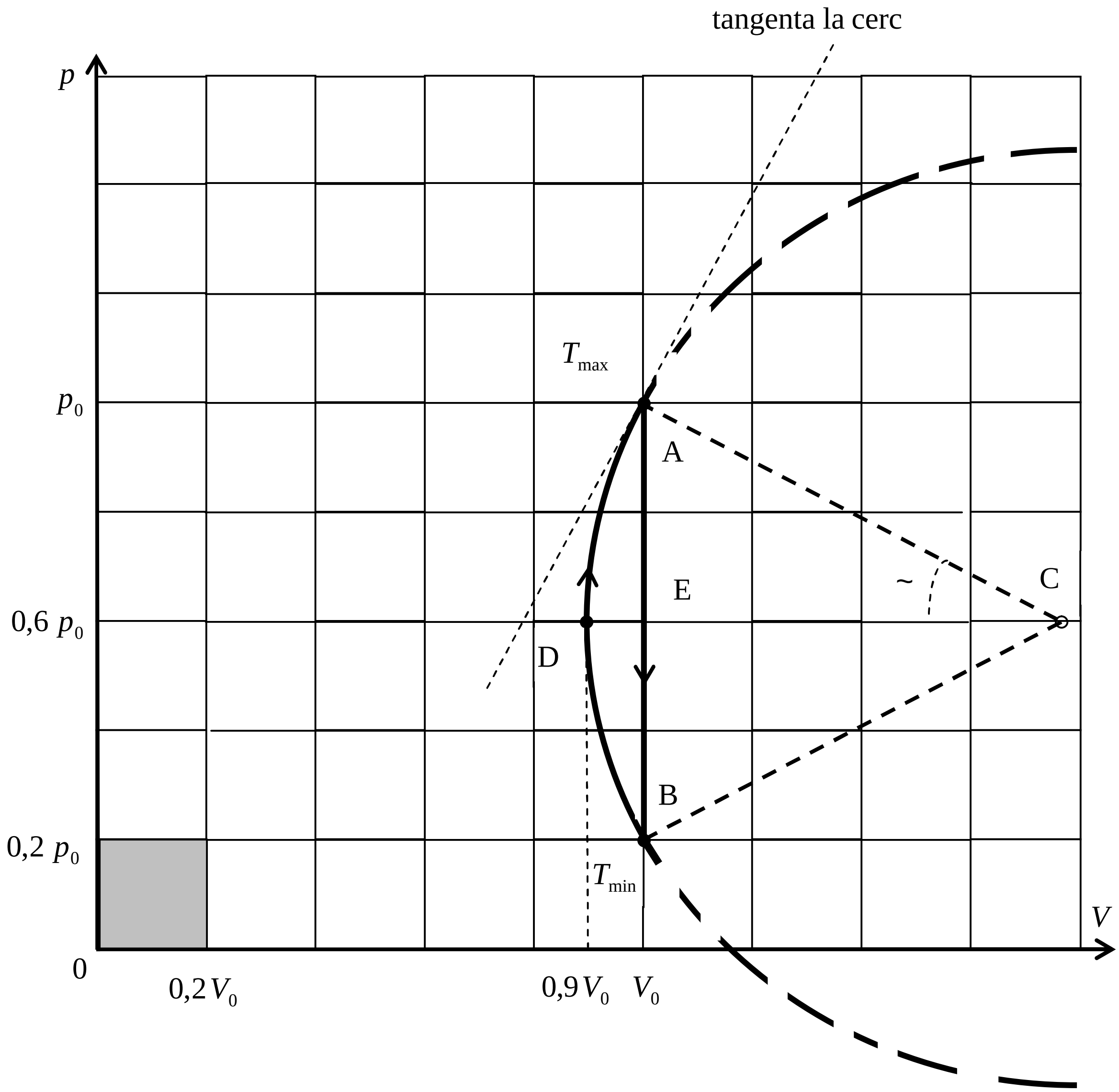
Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ş.E.A.S. Călimăneşti

Lucrarea B
REZOLVARE – Problema 1 – Barem de notare – 5,00 puncte

Dacă parametrii de stare ai stării A sunt $\left(V_{\max} = V_0;\, p_{\max} = p_0; T_{\max}\right)$, atunci semnificaţiile fizice dimensionale ale laturilor oricărei celule pătrată din diagrama termodinamică dată sunt $\left(\frac{V_0}{5} = 0{,}2\, V_0; \frac{p_0}{5} = 0{,}2\ p_0\right)$. Geometric însă, lungimile laturilor unei celule sunt egale. Utilizând informaţiile din enunţul problemei, parametrii stării B sunt: $\left(V_{\max} = V_0;\, p_{\min} = 0{,}2\ p_0; T_{\min}\right)$. De asemenea, parametrii stării D sunt: $\left(V_{\min} = 0{,}9\, V_0; 0{,}6\ p_0\right)$.

Transformarea ciclică dată fiind cea reprezentată în diagrama din figurile alăturate, se stabileşte, pe cale grafică, poziţia centrului C al cercului din care face parte arcul BDA al transformării ciclice. Pentru aceasta se construiesc tangentele la arcul de cerc în punctele A, B şi D şi apoi se construiesc perpendicularele pe acestea în punctele respective. Ele trebuie să se intersecteze într-un acelaşi punct, C, care este centrul căutat al cercului din care face parte sectorul BDA al transformării ciclice.





În unităţi geometrice convenţionale (uc), reprezentând lungimea oricărei laturi a oricărei celule pătrată din diagrama termodinamică, scriind teorema lui Pitagora pentru triunghiul dreptunghic ACE, rezultă:

$$(\mathrm{CE})^2 + (\mathrm{AE})^2 = (\mathrm{AC})^2;$$

$$(\mathrm{CD} - \mathrm{DE})^2 + (\mathrm{AE})^2 = (\mathrm{AC})^2;$$

$$(r - 0{,}5\,\mathrm{uc})^2 + (2\,\mathrm{uc})^2 = r^2;$$

$$r = 4{,}25\,\mathrm{uc};$$

$$\sin \sim = \frac{(\mathrm{AE})}{(\mathrm{AC})} = \frac{2\,\mathrm{uc}}{4{,}25\,\mathrm{uc}} = 0{,}47;$$

$$\sim = \arcsin(0{,}47) \approx 0{,}49\,\mathrm{rad}.$$

Aria suprafeţei segmentului de cerc AEBDA este egală cu aria suprafeţei sectorului de cerc ACBDA, din care trebuie scăzută aria suprafeţei triunghiului ABC, adică:

$$S_{\text{AEBDA}} = S_{\text{ACBDA}} - S_{\text{ABC}} = \frac{2\sim}{2\text{®}}\text{®}r^2 - \frac{1}{2}4\,\text{uc}\left(r - 0{,}5\,\text{uc}\right);$$

$$S_{\text{AEBDA}} = \sim r^2 - 2\,\text{uc}\left(r - 0{,}5\,\text{uc}\right);$$

$$S_{\text{AEBDA}} \approx 1{,}35\,(\text{uc})^2;$$

$$1(\text{uc})^2 = (0{,}2\,p_0)(0{,}2\,V_0) = 0{,}04\,p_0V_0;$$

$$S_{\text{AEBDA}} = 1{,}35 \cdot 0{,}04\,p_0V_0 = 0{,}054\,p_0V_0,$$

ceea ce reprezintă aria suprafeţei din interiorul ciclului şi pe care o identificăm cu bilanţul lucrurilor mecanice pe care sistemul termodinamic le schimbă cu exteriorul în întregul ciclu, adică:

$$L_{\text{util}} = S_{\text{AEBDA}};$$

$$L_{\text{util}} = 0{,}054\,p_0V_0.$$

Să analizăm acum schimburile de căldură cu exteriorul de pe cele două sectoare ale ciclului propus. Pentru transformarea izocoră, reprezentată în diagramă prin sectorul AEB:

$$Q_{\text{AEB}} = \nu C_{\text{v}}\left(T_{\text{B}} - T_{\text{A}}\right) = \nu C_{\text{v}}\left(T_{\min} - T_{\max}\right) < 0,$$

ceea ce înseamnează căldură cedată de sistemul termodinamic;

$$Q_{\text{AEB}} = Q_{\text{cedat}} < 0.$$

Pentru transformarea reprezentată în diagramă prin arcul de cerc BDA, în acord cu principiul I al termodinamicii, rezultă:

$$\Delta U_{\text{BDA}} = Q_{\text{BDA}} - L_{\text{BDA}} = \Delta U_{\text{BA}},$$

deoarece variaţia energiei interne a sistemului nu depinde de felul transformării;

$$Q_{\text{BDA}} = L_{\text{BDA}} + \Delta U_{\text{BA}};$$

$$L_{\text{BDA}} = L_{\text{BD}} + L_{\text{DA}},$$

unde evaluările le vom face în acord cu interpretarea fizică dată ariei suprafeţei de sub graficul fiecărei transformări, respectând şi convenţiile algebrice pentru variantele schimbului de lucru mecanic;

$$L_{\text{BD}} < 0;\ L_{\text{BD}} = -\left(0{,}6\,p_0 \cdot 0{,}1V_0 - \frac{L_{\text{u}}}{2}\right);$$

$$L_{\text{DA}} > 0;\ L_{\text{DA}} = +\left(0{,}6\,p_0 \cdot 0{,}1V_0 + \frac{L_{\text{u}}}{2}\right);$$

$$L_{\text{BDA}} = L_{\text{u}} > 0,$$

având semnificaţia unui lucru mecanic cedat;

$$\Delta U_{\text{BA}} = \nu C_{\text{v}}\left(T_{\max} - T_{\min}\right) = \nu\frac{3}{2}R\left(\frac{p_0V_0}{\nu R} - \frac{0{,}2\,p_0V_0}{\nu R}\right) = 1{,}2\,p_0V_0 > 0;$$

$$Q_{\text{BDA}} = L_{\text{u}} + 1{,}2\,p_0V_0 = 0{,}054\,p_0V_0 + 1{,}2\,p_0V_0;$$

$$Q_{\text{BDA}} = 1{,}254\,p_0V_0 > 0,$$

având semnificaţia de căldură absorbită (primită) de sistemul termodinamic;

$$Q_{BDA} = Q_{\text{absorbit}} > 0.$$

În aceste condiţii randamentul termic căutat este:

$$\text{¦} = \frac{L_{\text{util}}}{\text{Q}_{\text{absorbit}}} = \frac{0{,}054\,p_0V_0}{1{,}254\,p_0V_0} = 0{,}043;$$

$\text{¦} = 4{,}3\ \%$. ……………………………………… **4,50 puncte**

Oficiu ……………………………………………………………… 0,50 puncte

Lucrarea B
Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 1,50 puncte

Având în vedere că, în momentul ciocnirii, centrele celor trei discuri sunt vârfurile unui triunghi echilateral, aşa cum indică figura 1, în acord cu legile de conservare a impulsului şi a energiei mecanice, rezultă:

$$m\mathrm{v} = 2m\mathrm{v}_1\cos 30° - m\mathrm{v}';$$

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{m\mathrm{v}'^2}{2} + 2\frac{m\mathrm{v}_1^2}{2};$$

$$\mathrm{v} + \mathrm{v}' = \sqrt{3}\,\mathrm{v}_1;$$

$$\mathrm{v}^2 - \mathrm{v}'^2 = 2\,\mathrm{v}_1^2;$$

$$\mathrm{v} - \mathrm{v}' = \frac{2\,\mathrm{v}_1}{\sqrt{3}};$$

$$\mathrm{v} + \mathrm{v}' = \sqrt{3}\mathrm{v}_1;$$

$$\mathrm{v}_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5}\mathrm{v}; \quad \mathrm{v}' = \frac{1}{5}\mathrm{v},$$

orientările vectorilor $\vec{\mathrm{v}}_1$ şi $\vec{\mathrm{v}}'$ fiind cele reprezentate în desen.

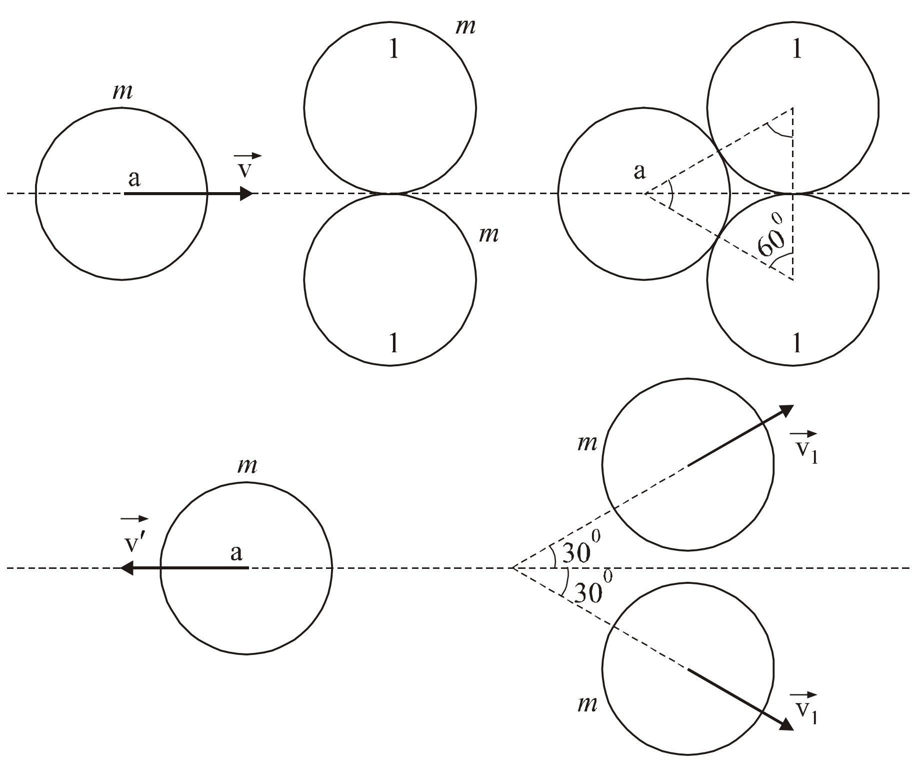


Fig. 1

b) 1,50 puncte

În acord cu figura 2, utilizând rezultatele anterioare, obţinem:

$$v_2 = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{2\sqrt{3}}{5} v = \frac{12}{25} v; \quad v'_1 = \frac{1}{5} v_1 = \frac{2\sqrt{3}}{25} v;$$

$$v_3 = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_2 = \frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{12}{25} v = \frac{24\sqrt{3}}{125} v;$$

$$v'_2 = \frac{1}{5} v_2 = \frac{12}{25} v;$$

$$v_4 = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_3 = \frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{24\sqrt{3}}{125} v = \frac{144}{625} v;$$

$$v'_3 = \frac{1}{5} \sqrt{3}\, v_3 = \frac{24\sqrt{3}}{625} v,$$

orientările vectorilor $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ şi $\vec{v}_4$ fiind cele reprezentate în desen, iar orientările vectorilor $\vec{v}'_1$, $\vec{v}'_2$ şi respectiv $\vec{v}'_3$ fiind opuse orientărilor vectorilor $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ şi respectiv $\vec{v}_3$.

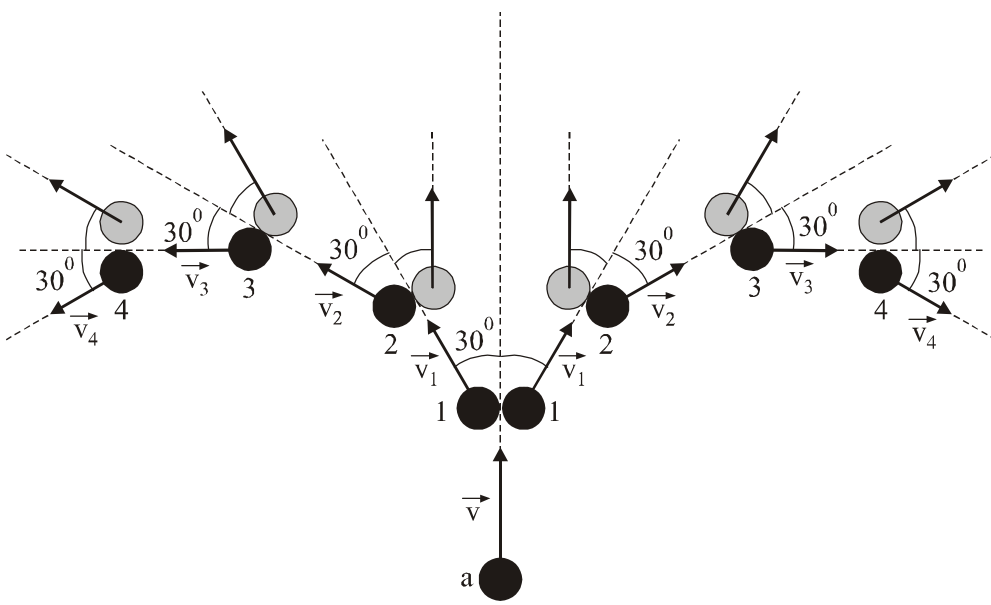


Fig. 2

c) 1,50 puncte

În acord cu rezultatele anterioare, aşa cum indică figura 3, discul negru al fiecărui grup 6, după ciocnirea perfect elastică cu discul negru al fiecărui grup 5, se va deplasa pe o direcţie paralelă cu direcţia deplasării discului negru *a*.

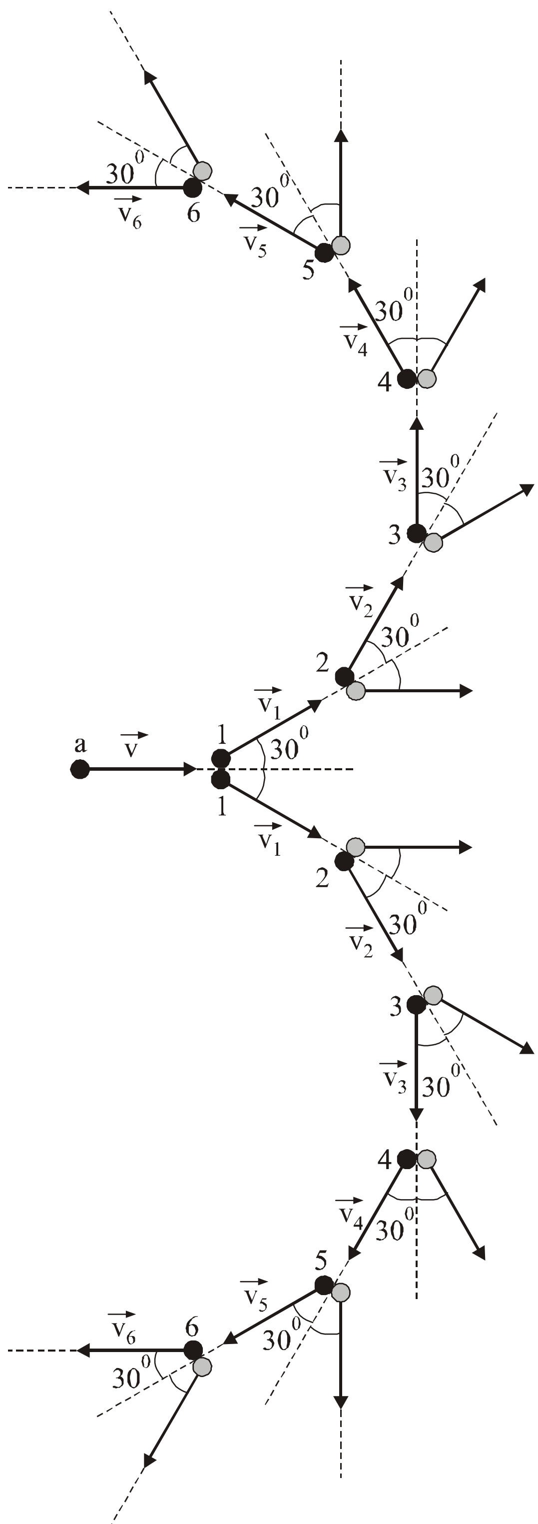


Fig. 3

Oficiu ……………………………………………………………… 0,50 puncte